Plan zum Seminar "Dynamische Systeme"

PD Dr. T. Timmermann

Eindimensionale Dynamik und Chaos

1. 11.10.: **Diskrete Wachstumsmodelle und Differenzengleichungen** (Necip-Soner Bölükbas)
   Differenzengleichungen; lineares/quadratisches/exponentielles/begrenztes Wachstum; Lucas-Folgen und deren explizite Form; gekoppelte Differenzengleichungen und deren Entkopplung
   [5, §4.2, 4.4]

2. 18.10.: **Die logistische Gleichung** (Verena Bramkamp)
   Logistische Gleichung; Langzeitverhalten und Fixpunkte für Parameter zwischen 0 und 3; Existenz periodischer Punkte für Parameter 4
   [2, §1.5], [3, §1.5], [5, §4.2.6, 4.3], [11, §2.1]

3. 25.10.: **Dynamische Systeme und Konjugation** (Jana Gaelings)
   dynamische Systeme; Konjugation; Konjugation zwischen Zeltabbildung und log. Abbildung; Shift-Abbildung; Konjugation zwischen log. Abbildung und Shift-Abbildung
   [2, §1.1], [3, §1.6, 1.7] [9, §9.4], [11, §4.1, §4.2, §4.3.4]

4. 8.11.: **Chaos und der Schmetterlingseffekt** (Marc Manias)
   Transitivität; chaotische dynamische Systeme; Chaos und Konjugation; Beispiele: Shift; Zelt-Abbildung; log. Gleichung; sensitive Abhängigkeit und Schmetterlingseffekt
   [9, §9.2, §9.3], [11, §4.3, 4.4]

Iterierte Funktionensysteme und Fraktale

5. 15.11: **Iterierte Funktionensysteme und deren Attraktoren** (Ansgar von Delft)
   Iterierte Funktionensysteme; Formulierung des Satzes von Hutchinson; Beispiele Cantor-Menge, Sierpinski-Dreieck, Koch-Kurve; die Hausdorff-Metrik; Wiederholung Banachscher Fixpunktsatz; Der Satz von Hutchinson
   [2, §1.2], [9, §5.8], [6, §9.1], [10, §11.3–11.5], [11, §7.1–7.3]

6. 22.11.: **Die Box-Dimension und die Hausdorff-Dimension** (Felix Michelmann gen Lohmann)
   Definition der Box-Dimension; Hausdorff-Maß; Hausdorff-Dimension; Skalierungseigenschaften; Skalierungseigenschaft;Berechnung für Cantor-Menge, Sierpinski-Dreieck
   [6, §2.1, 3.1–3.3], [10, §11.6]

7. 29.11.: **Dimension von Attraktoren iterierter Funktionensysteme** (Eileen Bartl)
   Formulierung des Satzes von Moran; Anwendung auf Cantor-Menge, Sierpinski-Dreieck, Koch-Kurve; Anwendung auf Kettenbrüche; Schritte zum Beweis des Satzes von Moran
   [2, §1.2], [6, §3.1–3.3, 9.2, 10.2], [10, §11.6]

Markov-Ketten

9. 06.12.: **Endliche Markov-Ketten und deren Langzeitverhalten** (Sophia Walgern)
   stochastische Matrizen; Übergangsgraphen; Beispiele; Grenzverteilung für reguläre stochastische Matrizen
   [1, §20.5], [4, §1, §10]

10. 13.12.: **Tridiagonale Markov-Ketten** (Dilan Demirel)
    Tridiagonale Markov-Ketten; das Spieler-Ruin-Problem; das Ehrenfest-Modell
    [1, §20.5]

11. 10.01.: **Absorbierende Markov-Ketten** (Elena Vogt)
absorbierende und transiente Zustände; Normalform der Übergangsmatrix; Fundamentalmatrix; Absorbtionswahrscheinlichkeit; Absorbtionsdauer; Beispiele
[7, §11.2], [8, Bsp. 3.4.9]

12. 17.01.: **Wiederkehrzeiten für reguläre Markov-Ketten** (Henning Raabe)
mittlere Besuchs- und Wiederkehrzeiten; eventuell Fundamentalmatrix für reguläre Markov-Ketten; eventuell Berechnung der mittleren ersten Besuchszeiten mittels der Fundamentalmatrix
[7, §11.5]

Literatur

[1] Martin Brokate, Norbert Henze, Frank Hettlich, Andreas Meister, Gabriela Schranz-Kirlinger, and Thomas Sonar. *Arbeitsbuch Grundwissen Mathematikstudium – Höhere Analysis, Numerik und Stochastik. Aufgaben, Hinweise, Lösungen und Lösungswege. Unter Mitwirkung von Daniel Rademacher.* Heidelberg: Springer Spektrum, 2016.

[2] Manfred Denker. *Einführung in die Analysis dynamischer Systeme.* Springer-Lehrbuch. [Springer Textbook]. Springer-Verlag, Berlin, 2005.

[3] Robert L. Devaney. *An introduction to chaotic dynamical systems.* Addison-Wesley Studies in Nonlinearity. Addison-Wesley Publishing Company, Advanced Book Program, Redwood City, CA, second edition, 1989.

[4] Arthur Engel. Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik. Bd. 2. Klett Studienbücher Mathematik. Stuttgart: Ernst Klett Verlag. 247 S. DM 23.20 (1976)., 1976.

[5] Joachim Engel. *Anwendungsorientierte Mathematik. Von Daten zur Funktion. Eine Einführung in die mathematische Modellbildung für Lehramtsstudierende.* Berlin: Springer, 2009.

[6] Kenneth Falconer. *Fractal geometry.* John Wiley & Sons, Ltd., Chichester, third edition, 2014.

[7] Charles M. Grinstead and J. Laurie Snell. Introduction to probability. CHANCE project, 2006. https://math.dartmouth.edu/ prob/prob/prob.pdf.

[8] Bertram Huppert and Wolfgang Willems. *Lineare Algebra.* Wiesbaden: Teubner, 2006.

[9] Jörg Neunhäuserer. *Schöne Sätze der Mathematik. Ein Überblick mit kurzen Beweisen.* Heidelberg: Springer Spektrum, 2015.

[10] Christiane Rousseau and Yvan Saint-Aubin. *Mathematik und Technologie.* Heidelberg: Springer Spektrum, 2012.

[11] Shlomo Sternberg. *Dynamical systems.* Dover Publications, Inc., Mineola, NY, 2010.

Hinweise zur Vorbereitung des Vortrags und der Ausarbeitung

Sichtung und Durchdringung des Stoffes Um Zuhörern den Stoff beizubringen, sollten Sie ihn selbst verstanden haben. Um Fragen zu beantworten, benötigen Sie evt. zusätzliches Hintergrundwissen. Benötigen Sie Hilfe, so vereinbaren Sie mit mir per Email einen Termin für eine Besprechung. Versuchen Sie, dafür möglichst konkrete Fragen zu formulieren.

Auswahl und Gliederung des Stoffes

- Entwickeln Sie eine hierarchische Gliederung des Vortrags. Fassen Sie dazu das Ziel des Vortrags in zwei bis drei Sätzen zusammen, unterteilen Sie den Vortrag in Abschnitte und fassen Sie das Ziel jedes Abschnitts wieder in ein bis zwei Sätzen zusammen. Dann gliedern Sie jeden Abschnitt in Definitionen, Beispiele und Sätze.
- Suchen Sie zur Veranschaulichung des Stoffes nach Beispielen, Gegenbeispielen und kleinen Fragen und Aufgaben für die Zuhörer.
- Überdenken Sie die Reihenfolge, in der Sie die Definitionen, Sätze etc. anordnen.
- Beschränken Sie sich auf die wesentlichen Punkte und erklären Sie diese möglichst gut. Ermüden Sie die Zuhörer nicht durch lange Rechnungen oder zu viel Stoff.

Besprechung der Auswahl und Gliederung Bringen Sie dazu bitte eine *detaillierte schriftliche Gliederung* mit.

Planung des Vortrags

- Suchen Sie aus, was Sie an die Tafel schreiben. Dazu gehören alle Definitionen, Sätze und Beweise sowie die meisten Beispiele. Formulieren Sie diese knapp, aber genau aus und planen Sie das Tafelbild. Anschreiben kostet viel Zeit — verzichten Sie auf lange Sätze.
- Suchen Sie aus, was Sie nur sagen und nicht anschreiben. Dazu gehören Zusammenfassungen, Erläuterungen oder ganz einfache Beispiele. In solchen Schreibpausen können Sie sich von der Tafel lösen, den Zuhörern zuwenden und verhindern, dass der Kontakt zu den Zuhörern abreißt.
- Planen Sie Ihren Vortrag flexibel, damit Sie auf Fragen und eventuelle Zeitknappheit reagieren können. Welche Details können Sie bei Zeitknappheit weglassen? Setzen Sie die wichtigsten Ergebnisse nicht an den Schluss.
- Wie können Sie die Zuhörer einbeziehen? Bereiten Sie einfache Verständnisfragen an die Zuhörer vor, etwa zu Beispielen oder im Anschluss an Definitionen.
- Wie ordnet sich der Vortrag ein? Stellen Sie den Bezug zu anderen Vorträgen her.

Ausarbeitung Zu Ihrem Vortrag sollen Sie eine schriftliche Ausarbeitung anfertigen (ca. 5-10 Seiten, Schriftgröße 11 Punkt, normaler Zeilenabstand). Das ist im Mathematik-Studium Ihre einzige Gelegenheit, vor der Bachelorarbeit das Aufschreiben mathematischer Texte zu üben.

Probevortrag Halten Sie Ihren Vortrag probeweise, am Besten mit Zuhörern.

Besprechung des Vortrags Schicken Sie mir bitte ein paar Tage vorher Ihre Ausarbeitung per Email.

Halten des Vortrags

- Sprechen Sie nicht nur an die Tafel, sondern stellen Sie Kontakt zu den Zuhörern her, etwa durch Augenkontakt, Schreibpausen, Fragen und kleineren Aufgaben für die Zuhörer.
- Schreiben Sie sorgfältig und sprechen Sie laut und deutlich.
- Lassen Sie sich nicht verunsichern und bleiben Sie ruhig. *Der Seminarvortrag ist keine Prüfungssituation. Neben dem Vortrag selbst richtet sich die Bewertung auch nach der Ausarbeitung und der Vorbereitung.* Wenn Sie eine Frage nicht beantworten können, geben Sie das offen zu — dann versuchen wir, die Frage gemeinsam zu beantworten.