Wend Werner
wwerner@uni-muenster.de

Thomas Timmermann
timmermt@uni-muenster.de

Mathematik für Physiker 3

Übungsblatt 2, Abgabe bis 30. Oktober 12 Uhr

Präsenzaufgabe 1. *(Masse und Schwerpunkt ebener Figuren)*

(a) Wir betrachten im $\mathbb{R}^2$ die Schnittfläche, die von den Parabeln $y = 1 - x^2$ und $y = (1-x)^2$ begrenzt wird. Geben Sie Integrationsgrenzen $x_1(y), x_2(y)$ und $y_1(x), y_2(x)$ so an, dass ihre Masse bezüglich einer beliebigen Dichte μ gegeben ist durch $\int_0^1 dx \int_{y_1(x)}^{y_2(x)} dy\ \mu(x,y)$ beziehungsweise $\int_0^1 dy \int_{x_1(y)}^{x_2(y)} dx\ \mu(x,y)$.

(b) Bestimmen Sie im $\mathbb{R}^2$ den Schwerpunkt der Fläche, die von der Parabel $y = 6x - x^2$ und der Gerade $y = x$ begrenzt wird.

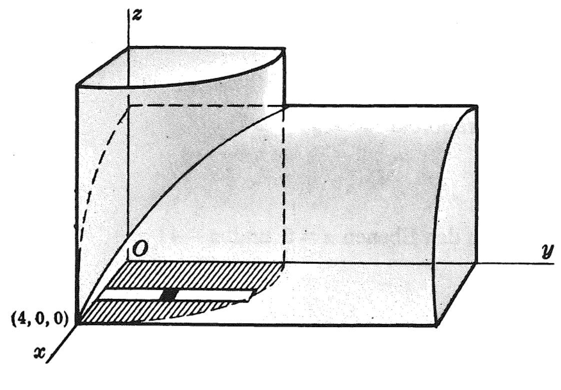
Aufgabe 2. *(Integrationsreihenfolge und Integrationsgrenzen)*

(a) Bestimmen Sie im $\mathbb{R}^2$ das Integral der Funktion $f(x,y) = x^2/y^2$ über der Fläche, die von den Geraden $y = 1$, $x = 2$ und $y = x$ eingeschlossen wird, indem Sie jeweils

- erst über y und dann über x integrieren,
- erst über x und dann über y integrieren,

und prüfen Sie, dass das Ergebnis nicht von der Integrationsreihenfolge abhängt.

(b) Wir betrachten den Schnittkörper zweier Vollzylinder mit Radius 4, deren Rotationsachse die y-Achse beziehungsweise z-Achse ist. Geben Sie Integrationsgrenzen $y(x)$ und $z(x,y)$ so an, dass seine Masse bezüglich einer beliebigen Dichte μ gegeben ist durch $8\int_0^4 dx \int_0^{y(x)} dy \int_0^{z(x,y)} dz\, \mu(x,y,z)$.



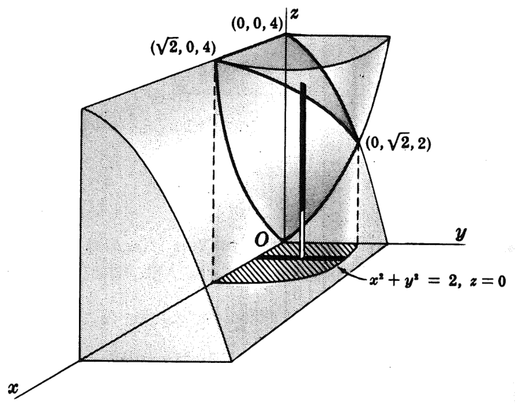
— bitte wenden —

Wend Werner
wwerner@uni-muenster.de

Thomas Timmermann
timmermt@uni-muenster.de

Aufgabe 3. *(Volumen von Körpern im Raum)*

Bestimmen Sie das Volumen, das von dem Paraboloid $z = 2x^2 + y^2$ und der Fläche $z = 4 - y^2$ eingeschlossen wird.
(*Hinweis:* Integrieren Sie in der Reihenfolge $\int dx \int dy \int dz$ mit gegeeigneten Grenzen.)



Aufgabe 4. *(Trägheitsmoment)*

Die *Trägheitsmomente* einer Fläche $F \subseteq \mathbb{R}^2$ bezüglich der x-Achse und der y-Achse sind die Integrale der Funktion y^2 beziehungsweise x^2 über F (sofern die Integrale existieren). Bestimmen Sie die Trägheitsmomente der von der Schleife $y^2 = x^2(2 - x)$ eingeschlossenen Fläche (siehe Bild) bezüglich der x-Achse und der y-Achse.
(*Hinweis:* Substituieren Sie in den sich ergebenden Integralen $2 - x = t^2$.)